

der Beziehung (51) folgt speziell, wenn das Spektrum der $\tilde{\tau}_\alpha$ einen endlichen kontinuierlichen Bereich $a \leq \tilde{\tau}_\alpha \leq b$ erfüllt, daß das Spektrum der $\tilde{\tau}_\alpha$ denselben kontinuierlichen Bereich erfüllt; es gibt aber wenigstens dann, wenn es sich um ein q -effektives Spektrum handelt, wie man an speziellen Beispielen sieht (vgl.¹⁰), noch eine isolierte Relaxationszeit $\tilde{\tau}_1 < a$ außerhalb dieses Bereiches. Eine entsprechende Aussage gilt, wenn die $\tilde{\tau}_\alpha$ einen kontinuierlichen Bereich $a \leq \tilde{\tau}_\alpha \leq b$ erfüllen; dann gibt es eine isolierte Relaxationszeit $\tilde{\tau} > b$.

Die Aussagen dieses Abschnitts hängen eng mit dem Prinzip von Le Chatelier-Braun zusammen.

8. Periodische Zustandsänderungen

Sind die ε^i periodische Funktionen der Zeit mit der Zeitabhängigkeit $e^{i\omega t}$, so folgt aus (29)

$$\sigma_i = \left[c_{ik} - \frac{Q_{iy} Q_{ky}}{1 + i\omega\tau_y} \right] \varepsilon^k, \quad (53)$$

d. h. der Zusammenhang zwischen den σ_i und ε^i ist formal derselbe wie im Gleichgewicht ($\omega = 0$), aber mit einer frequenzabhängigen komplexen thermoelastischen Matrix.

Bei langsamen Zustandsänderungen, für welche

$$\omega\tau_s \ll 1 \text{ für } s = m + 1, m + 2, \dots,$$

kann man näherungsweise schreiben

$$\sigma_i = \left\{ \left[c_{ik} - \sum_{\gamma=m+1}^n Q_{iy} Q_{k\gamma} \right] - \sum_{\gamma=1}^m \frac{Q_{iy} Q_{k\gamma}}{1 + i\omega\tau_\gamma} + i\omega \sum_{\gamma=m+1}^{\infty} Q_{iy} Q_{k\gamma} \tau_\gamma \right\} \varepsilon^k.$$

Unter diesen Voraussetzungen sind die schnellen Relaxationsvorgänge als praktisch ausgestorben anzusehen; sie äußern sich nur noch summarisch in einer formalen Abänderung der thermoelastischen

Matrix $c_{ik} \rightarrow c_{ik} - \sum_{\gamma=m+1}^n Q_{iy} Q_{k\gamma}$ — sie entspricht einem

thermodynamischen Gleichgewicht, bei dem die schnellen Relaxationsprozesse abgeklungen, die langsamen gehemmt sind — und in einem zu ihr proportionalen Zusatzglied viskosen Charakters. Es handelt sich jedoch hier nicht um eine echte Viskosität, wie man sieht, wenn man (53) nach den ε^k auflöst und dann wieder entsprechend wie oben für die schnellen Relaxationsprozesse approximiert; dann tritt nämlich kein Summand mit dem Faktor $(i\omega)^{-1}$ auf. Vielmehr liegt echt viskoses Verhalten (Viskoelastizität), wie schon oben bemerkt, nur dann vor, wenn

$$\det | c_{ik} - Q_{iy} Q_{k\gamma} | = 0.$$

Druckverbreiterung der gelben Natriumlinien in der Acetylenflamme

VON L. HULDT UND E. KNALL

Aus dem Institut für Physik der Universität Stockholm

(Z. Naturforschg. 9a, 663—667 [1954]; eingegangen am 23. Juni 1954)

Das von einer Luft-Acetylenflamme emittierte gelbe Na-Dublett wurde in einem Echelle-Gitterspektrograph photoelektrisch registriert. Durch Änderung der Na-Konzentration der Flamme konnte die Linienkontur vom Zentrum bis zu mehreren Å verfolgt werden. Es ergab sich, daß sich im Linienkern der gefundene Verlauf des Absorptionskoeffizienten in der üblichen Weise mit überlagerten Doppler- und Lorentz-Konturen approximieren konnte, während sich in den Linienflügeln auffällige Abweichungen von der Lorentzischen Form zeigten. Der dort gefundene Verlauf stimmt mit den theoretischen Resultaten von Lindholm gut überein.

Die schon oft erörterte Frage der Form der Spektrallinien von Flammen und ähnlichen Lichtquellen ist experimentell überwiegend mit Hilfe der sogenannten Wachstumskurven studiert worden¹. Es wird hierbei postuliert, daß die einzigen beiden verbreiternden Agenzien die Dopplersche und die Lorentzsche sind. Für die erstere er-

gibt sich für den Absorptionskoeffizienten $k(\sigma)$ die Formel

$$k(\sigma) = k(\sigma_0) \exp \left\{ - \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{b_D} \right)^2 \right\}. \quad (1)$$

Die Lorentzsche Stoß- oder Druckverbreiterung, welche auch die „natürliche“ Linienbreite einschließt, hat die Form

¹ Siehe z. B. M. Born, Optik, Berlin 1933; A. Mitchell u. M. Zemansky, Resonance Radiation and

excited Atoms, Cambridge, 1934; A. Unsöld, Physik der Sternatmosphären, Berlin 1938.



$$k(\sigma) = \frac{k(\sigma_0)}{1 + [(\sigma - \sigma_0)/b_L]^2}. \quad (2)$$

In den Gln. (1) und (2) bedeutet:

σ Wellenzahl (kann durch die Frequenz $\nu = c\sigma$ oder durch die Wellenlänge $\lambda = 1/\sigma$ ersetzt werden), σ_0 Wellenzahl der Linienmitte (von Druckverschiebung wird zunächst abgesehen), c Lichtgeschwindigkeit, R Gaskonstante, T absolute Temperatur, M Molekül-(Atom-) Gewicht des strahlenden oder absorbierenden Moleküles (Atoms), $b_D = (\sigma_0/c) \sqrt{2RT/M}$ Doppler-Breite der Linie, b_L Lorentz-Breite der Linie. (Die Halbwertsbreiten werden somit bei reiner Doppler-Verbreiterung $2b_D/\ln 2$ und bei reiner Lorentz-Verbreiterung $2b_L$.)

In Wirklichkeit wird die wahre Linienform eine Überlagerung der Doppler- und Lorentz-Form. Auf den mathematischen Ausdruck hierfür werden wir später zurückkommen.

Zunächst wird bemerkt, daß das Integral

$$S = \int k(\sigma) d\sigma,$$

über den Bereich der Linie genommen, unabhängig von der speziellen Form der Funktion $k(\sigma)$, ein Maß für die „Stärke“ der Spektrallinie ist. In klassischer Ausdrucksweise²:

$$S = \int k(\sigma) d\sigma = \frac{\pi e^2}{mc^2} Nf, \quad (3)$$

wo e Elektronenladung, m Elektronenmasse, N Zahl der absorbierenden Moleküle oder Atome in Volumeneinheit und f der sogenannte f -Wert ist, der für die Komponenten des Na-Resonanzdubletts $1/3$ bzw. $2/3$ ist. Für die Doppler-Kontur (1) wird

$$S = k(\sigma_0) \sqrt{\pi} b_D \quad (4)$$

und für die Lorentz-Kontur (2)

$$S = k(\sigma_0) \pi b_L, \quad (5)$$

durch welche Gleichungen $k_{\max} = k(\sigma_0)$ von S und b_D bzw. b_L bestimmt ist.

Bei gleichzeitigem Vorhandensein von Doppler- und Lorentz-Verbreiterungen wird³

$$k(\sigma) = \frac{S b_L}{\pi^{3/2} b_D} \int \frac{e^{-s^2/b_D^2}}{(\sigma - \sigma_0 - s)^2 + b_L^2} ds, \quad (6a)$$

wo die Integrationsgrenzen praktisch $-\infty$ und $+\infty$ gesetzt werden können. Mit $x = (\sigma - \sigma_0)/b_D$, $y = s/b_D$ und $a = b_L/b_D$ wird dieses Integral

$$k(x) = \frac{S a}{\pi^{3/2} b_D} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(x - y)^2 + a^2} dy. \quad (6b)$$

Da die Doppler-Breite b_D als bekannt anzusehen ist, hängt der Absorptionskoeffizient nach Gl. (6b) nur von zwei Parametern, z. B. S und a , ab. Es werden somit prinzipiell zwei Messungen der Linie, z. B. von k_{\max} und Halbwertsbreite, ausreichen, um die Funktion $k(\sigma)$ festzustellen.

Eine absorbierende Schicht der Dicke l absorbiert von einer einfallenden Strahlung der Intensität $I_0(\sigma)$ die Energie

$$E = I_0 \int (1 - e^{-k(\sigma)l}) d\sigma, \quad (7)$$

vorausgesetzt, daß I_0 annähernd konstant über den Bereich der Linie ist. Dieses gilt auch für die Energie der emittierten Linie, wenn I_0 durch den Planckschen Ausdruck für die „schwarze“ Strahlung, I_{Pl} , vertauscht wird.

Gl. (7), die sogenannte Wachstumskurve, stellt die absorbierte oder emittierte Energie als Funktion der „optischen Tiefe“ Sl (oder Nfl) dar. Wenn $k(\sigma)$ die Form (6) hat, hängt der Verlauf dieser Kurve von dem einzigen Parameter a ab. Berechnungen der Wachstumskurven für verschiedene a sind u. a. von Schütz⁴, van der Held⁵ und von Penner und Kavanagh⁶ vorgenommen.

Für große Werte von Sl wird für alle a die Lorentz-Verbreiterung dominierend. Für den entsprechenden Teil der Wachstumskurve, welcher nur von den Flügeln der Linie beherrscht ist, gilt asymptotisch:

$$E/I_0 \rightarrow 2\sqrt{Slb_L}, \quad (8)$$

wie dieses schon von Ladenburg und Reiche⁷ theoretisch und experimentell gezeigt worden ist.

Als Teil einer Untersuchung über die Verbreiterung und Verschiebung von Spektrallinien in Flammen haben wir hier die gelben Resonanzlinien des Natriums, von einer stabil brennenden Flamme emittiert, in einem Spektrographen hoher Auflösung untersucht und durch direkte photoelektrische Registrierung die Linienkonturen aufgenommen. Zunächst ergibt sich hierdurch die Strahlungsintensität

$$I(\sigma) = I_{Pl} (1 - e^{-k(\sigma)l}),$$

woraus der Absorptionskoeffizient (= Emissionsvermögen) $k(\sigma)$ erhältlich ist. Da dieser der Natriumkonzentration der Flamme proportional ist, haben wir ein Mittel, den Maßstab von $k(\sigma)$ zu variieren, wodurch die Verfolgung der Linienkontur von der Mitte aus bis weit in die Flügel hinein möglich wird.

² A. Mitchell u. M. Zemansky¹, S. 96 und 129.

³ A. Mitchell u. M. Zemansky¹, S. 100–101.

⁴ W. Schütz, Z. Astrophys. **1**, 300 [1930].

⁵ E. F. M. van der Held, Z. Phys. **70**, 508 [1931].

⁶ S. S. Penner u. R. W. Kavanagh, J. Opt. Soc. Amer. **43**, 385 [1953].

⁷ R. Ladenburg u. F. Reiche, Ann. Phys. **42**, 181 [1913].

Experimentelles

Zur Verfügung stand ein Echelle-Gitter* in Littrow-scher Aufstellung. Zur Kollimierung und Fokussierung diente ein Hohlspiegel mit 450 cm Brennweite. Das Auflösungsvermögen des Gitters dieser Aufstellung konnte aus photographischen Aufnahmen der blauen Quecksilberlinie⁸ auf etwa 400 000 geschätzt werden. Die lineare Dispersion betrug 2,6 mm/Å. Mit Rücksicht auf die endlichen Spaltweiten (einige Hundertstel mm) können wir den auflösbaren Wellenlängenbereich mit einigen Hundertstel Å angeben.

Das Licht wurde nach Diffraction und Fokussierung von einem lichtelektrischen Gerät empfangen und der Photostrom durch ein schreibendes Galvanometer registriert. Dieses Gerät ist von Glansholm und Kleman⁹ beschrieben. Die Photozelle war ein RCA-Vervielfacher (IP 21).

Der benutzte Luft-Acetylenbrenner war mit einem Lundegårdh-Zerstäuber versehen, mit welchem eine wäßrige Lösung von NaCl in die Flamme gespritzt wurde. Eine NaCl-Konzentration von 1 Mol/l entspricht einem Na-Partialdruck in der Flamme von etwa $5 \cdot 10^{-4}$ atm¹⁰. Die Temperatur der Flamme unter den bei der Untersuchung herrschenden Bedingungen ist früher¹⁰ auf 2440°K bestimmt worden. Die Stabilität der Flamme erwies sich — auch für langzeitige Registrierungen — als ausreichend.

Ergebnisse

Abb. 1 zeigt die zentralen Teile der registrierten Konturen für die beiden D-Linien und für vier verschiedene Konzentrationen. Die maximale Ordinate ändert sich wenig zwischen 1 und 0,1 Mol/l. Wir sind deshalb zu der Annahme berechtigt, daß, von der auffälligen Selbstumkehr in der Linienmitte abgesehen, die Intensität in den mittleren Teilen dieser starken Linien die „schwarze“ ist, somit $I(\sigma) = I_{PI}$ und $e^{-k(\sigma)l} \ll 1$.

Bei der Bearbeitung der Kurven haben wir folglich das „Dach“ I_{PI} nach den Spitzen der stärksten Linien festgelegt — nach einer geringen, allerdings recht willkürlichen Korrektur wegen der Selbstumkehr.

Die Gesamtintensität einer Linie ist durch die Fläche unter dem Linienprofil gegeben. Diese Fläche, durch I_{PI} geteilt, ist die sogenannte Äquivalentbreite. Ihr Logarithmus, aufgetragen gegen den Logarithmus der Konzentration, liefert die Wachstumskurve in Abb. 2.

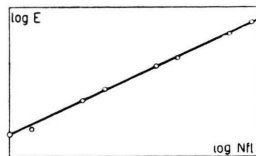


Abb. 2. Wachstumskurve. \log Gesamtintensität gegen \log Konzentration.

Wir haben hier insgesamt acht Punkte erhalten, da die kurzwellige Linie gegenüber der langwelligen den doppelten f -Wert besitzt und deshalb der doppelten Konzentration entspricht.

Nach Gl. (8) soll für hohe Konzentrationen die Kurve eine Gerade sein. Dieses scheint auch nach Abb. 2 zuzutreffen, obwohl die Neigung etwas kleiner ist als der von der Theorie geforderte Wert $1/2$.

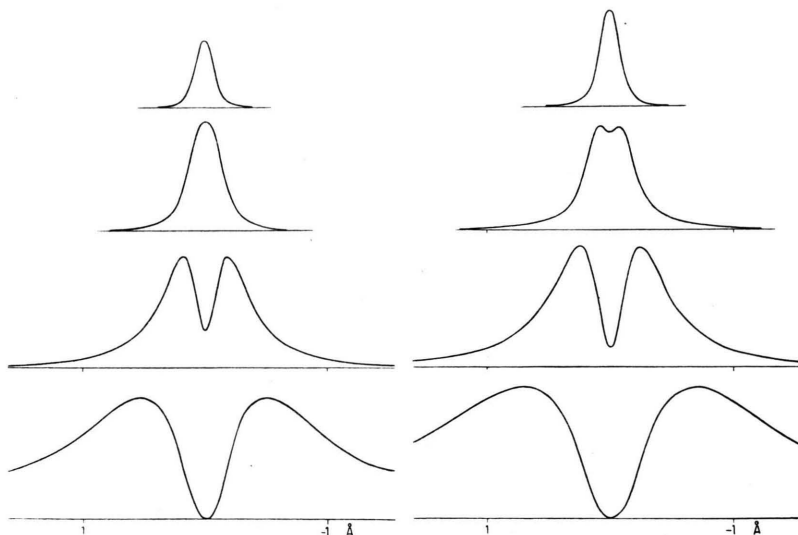


Abb. 1. Registrierungen der D-Linien. Konzentration der NaCl-Lösungen (von oben nach unten): 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} und 1 Mol/l.

Aus den Kurven der Abb. 1 ist der Absorptionskoeffizient zu entnehmen nach:

$$k(\sigma)l = \ln \left\{ I_{PI} / (I_{PI} - I(\sigma)) \right\}. \quad (9)$$

Aus den Linien der kleinsten Konzentration (10^{-3} Mol/l) ist der Absorptionskoeffizient für kleine

* Bausch and Lomb Optical Co., Rochester, U.S.A.

⁸ E. Hulthén u. H. Neuhaus, Ark. Fys. (im Erscheinen). Wir sind Herrn Prof. Hulthén und Herrn fil. kand. Neuhaus für die uns gebotene Gelegenheit, ihre justierte Apparatur zu benutzen, zu Dank verpflichtet.

⁹ D. Glansholm u. B. Kleman, Ark. Fys. **2**, 305 [1950].

¹⁰ A. Lagerqvist u. L. Huldt, Z. Naturforschg. **8a**, 493 [1953]. L. Huldt u. A. Lagerqvist, ebd. **9a**, 358 [1954].

$|\sigma - \sigma_0|$ zu bestimmen. Abb. 3 zeigt das Ergebnis für die beiden Na-Linien, wobei für die langwellige Linie der Ordinatenmaßstab verdoppelt ist. Die beste Übereinstimmung zwischen den Messungen und Gl. (6b) (die z. B. bei Mitchell und Zemansky¹, Append. IX, tabelliert ist) ist mit $a \approx 2$ zu erzielen. Diese Kurve ist in das Diagramm eingetragen. Die etwas zu spitze Form der Kurve,

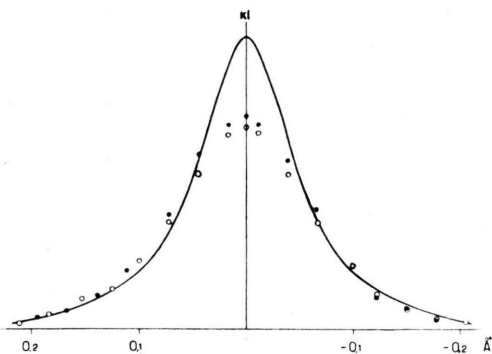
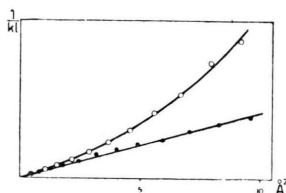


Abb. 3. Absorptionskoeffizient (= Emissionsvermögen) als Funktion des Wellenlängenunterschiedes $\lambda - \lambda_0$ für die beiden D-Linien, auf den gleichen Maßstab reduziert. Punkte: rote Linie, Kreise: violette Linie. Eingetragen ist die theoretische Kurve mit $a = 2$.

welcher mit einem etwas höheren Wert von a abgeholfen werden könnte, mag dadurch berechtigt sein, daß der experimentelle Vorgang im Prinzip etwas zu niedrige Spitzenwerte ergibt.

Es dürfte somit die klassische Lorentzsche Theorie für die Verbreiterung in der Nähe der Linienmitte gültig sein, mit $b_L = 2b_D = 0,05 \text{ \AA}$. Aus Gl. (8), der Kurve der Abb. 2 und unter Heranziehung der berechneten Zahl der Na-Atome pro cm^3 in der Flamme wird b_L auf etwa $0,02 \text{ \AA}$ geschätzt. Es wird

Abb. 4. Reziproker Wert des Absorptionskoeffizienten in Abhängigkeit von $(\lambda - \lambda_0)^2$ für die violette D-Linie. Punkte: roter Linienflügel, Kreise: violetter Flügel.



aber hervorgehoben, daß diese Schätzung sowohl aus experimentellen als auch aus theoretischen (s. u.) Gründen unsicher ist. Obwohl das endliche Auflösungsvermögen des Spektralapparates die Linienbreite zu vergrößern strebt, dürften wir das Resultat der Untersuchung der Linienkontur: klassische

Lorentz- und Doppler-Verbreiterung mit $a = b_L/b_D \approx 2$ als eine gute Annäherung ansehen.

Unter Heranziehung der Linien von größeren Na-Konzentrationen kann der Absorptionskoeffizient in größeren Abständen von der Linienmitte bestimmt werden. Wegen des flacheren Verlaufes von $k(\sigma)$ für größere $|\sigma - \sigma_0|$ eignet sich aber hier die obige Darstellungsweise weniger gut. Wie aus den Formeln ersichtlich ist, kann hier die Doppler-Verbreiterung vernachlässigt werden, und es gilt Gl. (2), die reine Lorentz-Form, und ferner $(\sigma - \sigma_0)^2 \gg b_L^2$. Somit soll $1/k(\sigma)$ zu $(\sigma - \sigma_0)^2$ — oder auch $(\lambda - \lambda_0)^2$ — proportional sein. Aus Abb. 4 ist zu entnehmen, daß dieses wohl für den langwelligen (roten) Flügel gelten mag, nicht aber für den kurzwelligen (violetten), wo $k(\sigma)$ schneller abnimmt als $(\lambda_0 - \lambda)^{-2}$.

Dieser Befund, obwohl mit der Lorentzschen Formel unverträglich, steht aber mit der Stoßtheorie von Lindholm¹¹ in gutem Einklang, nach welcher die Linienflügel asymmetrisch sind, da der rote wie $(\lambda - \lambda_0)^{-3/2}$, der violette wie $(\lambda_0 - \lambda)^{-7/3}$ abnimmt.

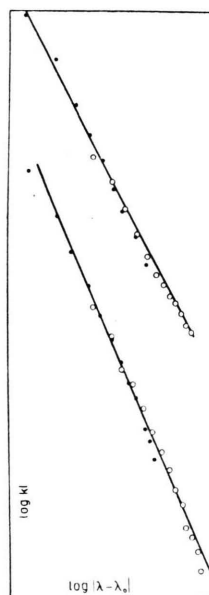


Abb. 5. $\log kl$ gegen $|\lambda - \lambda_0|$ für die violette D-Linie. Obere Kurve: roter Linienflügel, untere Kurve: violetter Linienflügel. Die Punkte beziehen sich auf die 0,1-Mol-Aufnahme, die Kreise auf die 1-Mol-Aufnahme.

Um diese Zusammenhänge weiter prüfen zu können, ist in Abb. 5 für jeden Linienflügel $\log k(\sigma)l$ gegen $|\lambda - \lambda_0|$ eingezeichnet. Eingetragen sind die Geraden, welche sich den Messungen am besten anschließen. Die Neigung der Gerade für den violetten Flügel ist 2,35, was mit Lindholms Wert 2,33 sehr gut übereinstimmt. Für den roten Flügel, für welchen nach Lindholm¹¹ sowie nach Kuhn¹² die Neigung 1,5 sein sollte, scheint eine geringe Krümmung vorhanden zu sein, was darauf hinweist, daß die Extrembedingungen dort noch nicht erfüllt sind. Die Neigung der eingezogenen Gerade ist 1,85.

¹¹ E. Lindholm, Ark. Mat. Astr. Fys., **32** A, Nr. 17 [1945].

¹² H. Kuhn, Proc. Roy. Soc. A **158**, 212 [1937].

Die Umkehrerscheinung der Spektrallinien bei den hohen Natriumkonzentrationen deuten auf das Vorhandensein einer kühleren, absorbierenden Na-Dampfschicht außerhalb des leuchtenden Teils der Flamme hin. Es ist möglich, diese Absorptionslinien in derselben Weise zu behandeln wie die Emissionslinien. Eine Berechnung von $k(\sigma)l$ der

Absorptionslinie der 1-mol. Lösung gibt eine etwas größere Linienbreite als die der Emissionslinie. Dieses Resultat ist zu erwarten, da die dominierende Stoßbreite mit abnehmender Temperatur wie $1/\sqrt{T}$ zunimmt (während die kleinere Doppler-Breite proportional \sqrt{T} ist). Die absolute Größe von $k(\sigma)l$ ist nur etwa 1% des Wertes für die Emissionslinie.

Zur Theorie der Leitfähigkeit in isotropen Halbleitern

VON OTFRIED MADELUNG

Aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckert-Werke AG, Erlangen

(Z. Naturforsch. 9a, 667—674 [1954]; eingegangen am 23. Juni 1954)

Die klassische Theorie der Leitfähigkeit in isotropen Halbleitern wird entwickelt und die Gleichungen für die elektrische und die thermische Stromdichte angegeben. Aus diesen Gleichungen werden die Koeffizienten aller galvanomagnetischen, thermoelektrischen und thermomagnetischen Effekte abgeleitet.

Für den Fall kleiner Magnetfelder wird die Theorie soweit durchgeführt, daß einer Übersichtstabelle die gesuchten Koeffizienten explizit für entartete und nichtentartete Halbleiter bei vorgegebenem Streumechanismus direkt entnommen werden können.

Die klassische Theorie der Leitfähigkeit wurde für Metalle schon 1906 von Gans weitgehend entwickelt¹ und vor allem durch Sommerfeld² in ihre endgültige Form gebracht. Auch ihre Übertragung auf Halbleiter wurde schon frühzeitig in Angriff genommen^{3,4}.

In der Folgezeit sind eine große Anzahl von Arbeiten erschienen, die sich mit der Erweiterung dieser Theorie und ihrer Anwendung auf spezielle Halbleiterprobleme beschäftigen. Besonders zu erwähnen sind hier die Arbeiten von K. Lark-Horowitz und V. A. Johnson, die vor allem die galvanomagnetischen Effekte in Halbleitern und den Einfluß der Streuung an ionisierten Störstellen eingehend untersuchten.

Trotzdem ist es häufig nicht einfach, vorliegende experimentelle Ergebnisse mit der Theorie zu vergleichen, da bei Halbleitern eine große Zahl von Parametern in die Gleichungen eingehen und diese dadurch recht unübersichtlich werden. Vor allem in neuerer Zeit hat es sich bei der Untersuchung der halbleitenden Elemente der IV. Gruppe des perio-

dischen Systems und noch mehr bei den halbleitenden Verbindungen der III. und V. Gruppe als notwendig erwiesen, die Ergebnisse der Leitfähigkeitstheorie, die meist nur für die Grenzfälle der Störleitung oder Eigenleitung und für rein thermische Streuung vorlagen, durch Einbeziehung einer zusätzlichen Streuung an ionisierten Störstellen, durch Berücksichtigung der Fermi-Statistik (Entartung) und durch Berücksichtigung der gleichzeitigen Anwesenheit von Elektronen und Löchern (gemischte Halbleiter) zu erweitern.

Die vorliegende Arbeit setzt es sich zum Ziel, den Formalismus der klassischen Theorie der Leitfähigkeit so darzustellen und weiterzuentwickeln, daß für jeden vorliegenden Fall die Gleichungen für die elektrische und thermische Stromdichte und die Koeffizienten der zahlreichen galvanomagnetischen thermoelektrischen und thermomagnetischen Effekte direkt übernommen werden können. Die Beschränkung auf die *klassische* Theorie der Leitfähigkeit bedeutet hier, daß alle Effekte, die mit Dichteänderungen im Halbleiterinneren verknüpft sind,

¹ R. Gans, Ann. Phys., Lpz. **20**, 293 [1906].

² A. Sommerfeld, Z. Phys. **47**, 1, 43 [1928]; A. Sommerfeld u. N. H. Frank, Rev. Mod. Phys. **3**, 1 [1931].

³ A. H. Wilson, Proc. Roy. Soc. **133**, 458, **134**, 277

[1931]; M. Bronstein, Phys. Z. Sowjetunion **2**, 28 [1921].

⁴ Vgl. z. B.: H. Fröhlich, Elektronentheorie der Metalle, Springer 1936; F. Seitz, Modern Theory of Solids, McGraw-Hill 1950, u. a.